IHER

INSTITUTO HONDUREÑO
DE EDUCACIÓN POR RADIO

FICHAS

MATEMÁTICA-III

11°

SEMANA # 1 CONGRUENCIA DE TRIANGULOS-PARTE 1

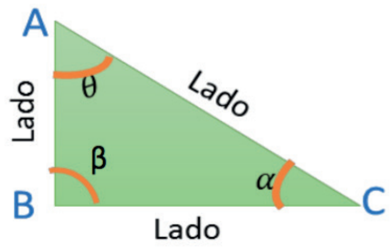
EXPECTATIVAS DE LOGRO

1. **Identificar las características del triangulo y sus elementos.**
2. **Aplicar la congruencia de triángulos en la resolución de problemas.**

FICHA RESUMEN 1

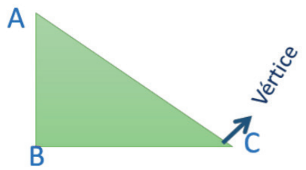
1 Triangulo

Es una figura geométrica cerrada plana, con tres lados tres ángulos.

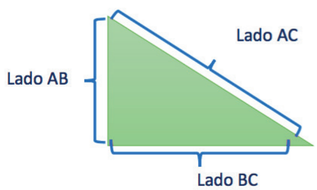


2 Características del triangulo

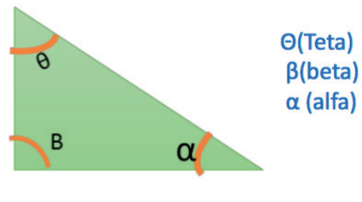
a) **Vértices:** Son puntos donde se unen dos lados de un triangulo y se denotan por las letras A,B,C.



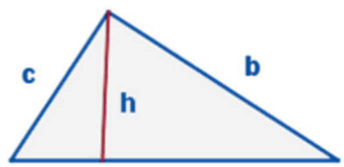
b) **Lado:** Es un segmento del triangulo y se nombra por sus extremos AB, BC y AC.



c) **Ángulos interiores:** Son ángulos que se forman por dos lados consecutivos en el vértice.

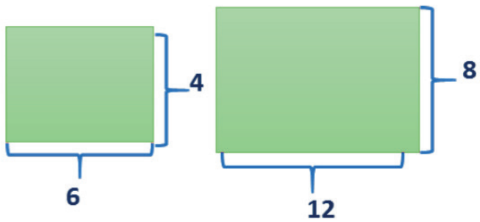


d) **Altura:** Es la línea perpendicular que va desde un vértice hasta un lado opuesto de triangulo.



3 Figuras semejantes

Son figuras de diferentes tamaños con características comunes .



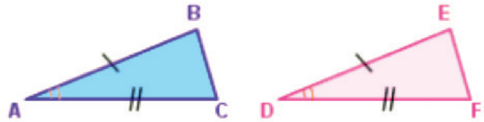
TRABAJO EN CASA

TAREA EN CASA: *1) Pág. 8 (a y b)* *2) Pág. 9 (a, b)*

SEMANA # 1 CONGRUENCIA DE TRIANGULOS-PARTE 2

4 Figuras congruentes

Son aquellas que tienen el mismo tamaño y forma, sin importar su posición.



Demostración

1. $\overline{BA} \cong \overline{ED}$ (Lado)
2. $\measuredangle A \cong \measuredangle D$ (Ángulo)
3. $\overline{AC} \cong \overline{DF}$ (Lado)
4. $\Delta BAC \cong \Delta EDF$ (LAL)

5 Congruencia de triangulo

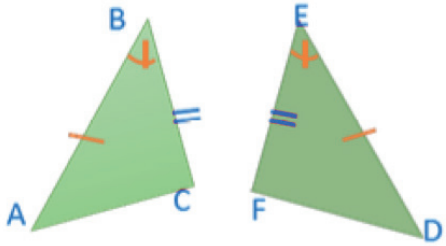
Dos triángulos son congruentes si al sobreponer uno sobre el otro coinciden en todos sus puntos(vértices, ángulos, lados).

Criterios de congruencias de triángulos:
Dos triángulos son congruentes si sus lados y ángulos son iguales.
Símbolo de congruencia $\cong$

a) Lado –Ángulo-Lado (LAL)
b) Ángulo -Lado-Angulo (ALA)
c) Lado- Lado-Lado (LLL)

Criterio Lado- Ángulo -lado (LAL)
Dos triángulos son congruentes si dos lados correspondientes y el ángulo formado entre ellos son iguales.

Ejemplo:
Demostrar que los siguientes triángulos son congruentes:



Demostración

1. $\overline{AB} \cong \overline{DE}$ (Lado)
2. $\measuredangle B \cong \measuredangle E$ (Ángulo)
3. $\overline{BC} \cong \overline{EF}$ (Lado)
4. $\Delta ABC \cong \Delta DEF$ (LAL)

TRABAJO EN CASA

TAREA EN CASA: *1) Pág. 8 (a y b)* *2) Pág. 9 (a, b)*

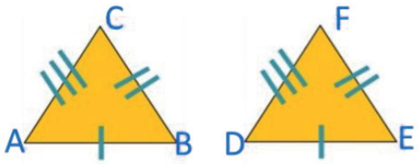
SEMANA # 2 CONGRUENCIA DE TRIANGULOS

EXPECTATIVAS DE LOGRO

1. **Aplicar criterios de congruencia de triángulo en la resolución de problemas.**

1 Criterio Lado-Lado-Lado (LLL)

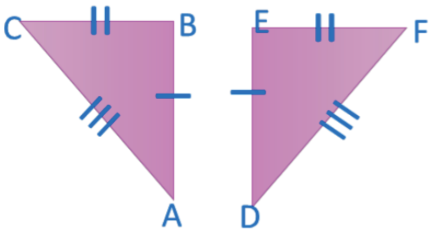
Dos triángulos son congruentes si al comparar sus lados son iguales.



Demostración

1. $\overline{AB} \cong \overline{DE}$ (Lado)
2. $\overline{BC} \cong \overline{EF}$ (Lado)
3. $\overline{CA} \cong \overline{FD}$ (Lado)
4. $\Delta ABC \cong \Delta DEF$ (LLL)

Ejemplo:
Demostrar que los triángulos son congruentes empleando criterio LLL

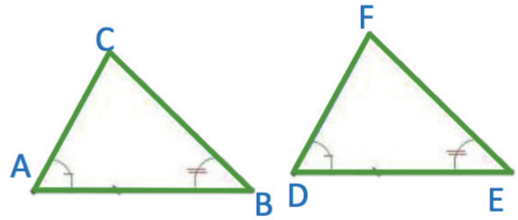


Demostración

1. $\overline{AB} \cong \overline{DE}$ (Lado)
2. $\overline{BC} \cong \overline{EF}$ (Lado)
3. $\overline{CA} \cong \overline{FD}$ (Lado)
4. $\Delta ABC \cong \Delta DEF$ (LLL)

2 Criterio Ángulo-Lado-Ángulo (ALA)

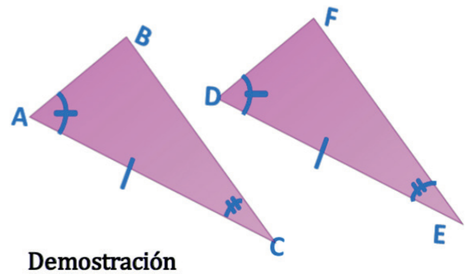
Dos triángulos son congruentes, si dos de sus ángulos y los lados comprendidos entre ellos son iguales.



Demostración

1. $\measuredangle A \cong \measuredangle D$ (Angulo)
2. $\overline{AB} \cong \overline{DE}$ (Lado)
3. $\measuredangle B \cong \measuredangle E$ (Angulo)
4. $\Delta ABC \cong \Delta DEF$ (ALA)

Ejemplo:
Demostrar que los triángulos son congruentes utilizando ALA



Demostración

1. $\measuredangle A \cong \measuredangle D$ (Angulo)
2. $\overline{AC} \cong \overline{DE}$ (Lado)
3. $\measuredangle C \cong \measuredangle E$ (Angulo)
4. $\Delta ACB \cong \Delta DEF$ (ALA

TRABAJO EN CASA

TAREA EN CASA: *1) Pág. 12 (a, b)* *2) Pág. 14 (a, b)*

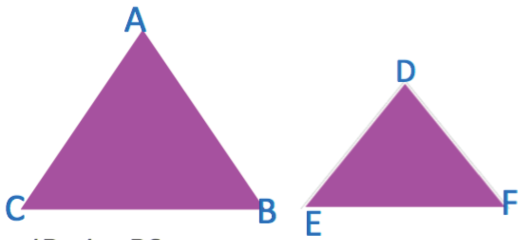
SEMANA # 3 SEMEJANZA DE TRIANGULOS-PARTE 1

EXPECTATIVAS DE LOGRO

1. **Determinar la longitud de un lado de un triangulo, usando la proporción y semejanza.**

1 Semejanza de triángulos

Dos triángulos son semejantes si sus ángulos son iguales y sus lados son proporcionales, para denotar semejanza.

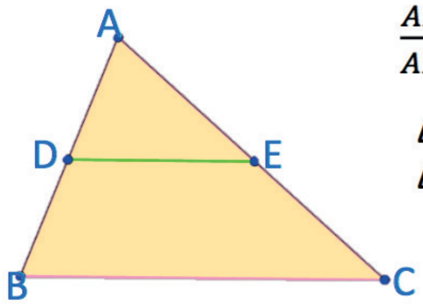


$$\frac{AB}{DF}=\frac{Ac}{DE}=\frac{BC}{EF}$$

$\Delta ABC \cong \Delta DEF$

Teorema fundamental de la proporcionalidad:

si se dibuja una línea recta es paralela a la base de un triángulo y lo corta en dos lados, entonces se obtienen dos triángulos proporcionales.



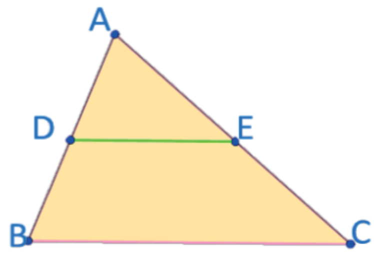
$$\frac{AB}{AD}=\frac{AC}{AE}$$

ΔABC

ΔADE

Ejemplo

Si en el triángulo ABC, los segmentos DE y BC son paralelos ***($\overline{DE}$ II $\overline{BC}$)***, si AB= 12, AD =4, AC=24. Encuentre AE.

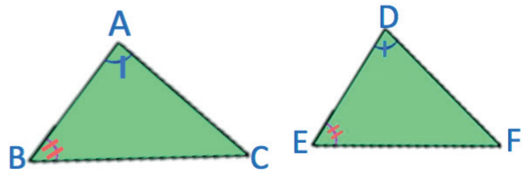


$$\frac{AB}{AD}=\frac{AC}{AE} \rightarrow \frac{12}{4}=\frac{24}{AE} \rightarrow \frac{3}{1}=\frac{24}{AE}$$

$$3AE=24 \rightarrow AE=\frac{24}{3} \rightarrow AE=8$$

2 Criterio de la semejanza Ángulo Ángulo (AA)

Si tenemos dos triángulos con dos ángulos de sus ángulos congruentes entonces son semejantes.



Demostración

$\measuredangle A \cong \measuredangle D$	(Angulo)
$\measuredangle B \cong \measuredangle E$	(Angulo)
$\Delta ABC \cong \Delta DEF$	(AA)

TRABAJO EN CASA

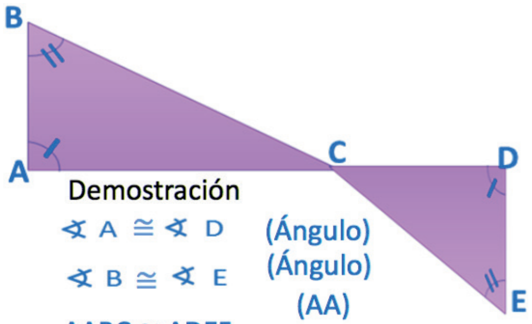
TAREA EN CASA: *Pág. 18 consolidación de nuevos saberes*

Pág. 21 (1, 2)

EXPECTATIVAS DE LOGRO

1. **Determinar la longitud de un lado de un triangulo, usando la proporción y semejanza.**

Ejemplo
Demostrar que las ΔABC y ΔDEF son semejantes.



Demostración

∢ A ≅ ∢ D (Ángulo)

∢ B ≅ ∢ E (Ángulo)

ΔABC ≅ ΔDEF (AA)

Demostración

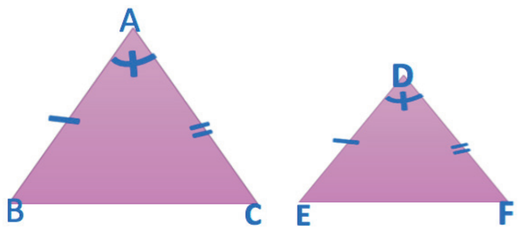
$\frac{AC}{DC} = \frac{BC}{FC}$

∡ C ≅ ∡ C

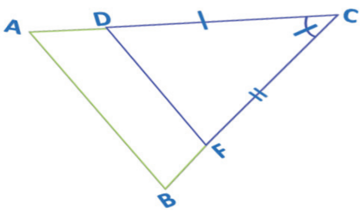
ΔABC ≅ ΔDEF

2 Criterio de la semejanza Lado-Ángulo – Lado (LAL)

Si dos triángulos tienen dos lados proporcionales y el ángulo entre ellos congruente, entonces estos triángulos son semejantes.



Ejemplo: Demostrar que los triángulos

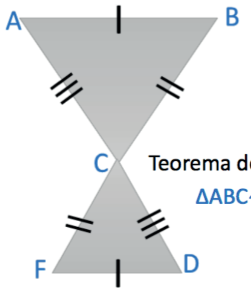


3 Criterio de la semejanza Lado-Lado-Lado (LLL)

Si los tres lados de un triángulo son proporcionales respectivamente con los tres lados de otro triangulo, entonces estos triángulos son semejantes.

$\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DF}$

Ejemplo
Demostrar que ΔABC y ΔDFC son semejantes



Demostración

$\frac{AB}{DF} = \frac{BC}{FC} = \frac{AC}{DC}$

Teorema de proporcionalidad

ΔABC~ ΔDFC LLL

TRABAJO EN CASA

TAREA EN CASA: *Pág. 18 consolidación de nuevos saberes*
Pág. 21 (1, 2)

EXPECTATIVAS DE LOGRO

1. **Calcular limites en forma analítica.**

1 Semejanza de triángulos

Don Pedro vende vegetales en el mercado, para medir el peso de las hojas y legumbres utiliza una bascula que tiene una capacidad máxima de 19.99 libras. Si don Pedro 20 libras o mas en la báscula, esta se rompería. Registramos los datos en una tabla, de pesos de vegetales aumentando poco a poco, sin llegar a las 20 libras, la capacidad bascula (b) se aproxima a su capacidad limite (L) sin romperse, a medida que el peso (p) se aproxima a 20.

b ⟶ L como p ⟶ 20

B se aproxima a L como p se aproxima a 20

p< 20 ⟶ Limite de la bascula es L

Dada una función f(x); si el valor de x tiende a un número f(x) tiene a un limite L

$$\lim_{x \to 0} F(x) = L$$

Propiedades de los límites

Sean b y c números reales, en un entero positivo, f y g dos funciones que tienen un límite cuando la variable independiente, se acerca a un valor c

1. $\lim_{x\to c} b = b$

   Ejemplo $\lim_{x\to 3} 5 = 5$

2. $\lim_{x\to c} x = c$

   Ejemplo $\lim_{x\to 5} x = 5$

3. $\lim_{x\to c} x^n = c^n$

   Ejemplo $\lim_{x\to -2} x^3 = (-2)^3 = -8$

4. $\lim_{x\to c} [bf(x)] = b[\lim_{x\to c} f(x)]$

   Ejemplo

   $\lim_{x\to 2} 4x^2 = 4\lim_{x\to 2} x^2$

   $= 4(2)^2$

   $= 16$

5. $\lim_{x\to c}[f(x) \pm g(x)] = \lim_{x\to c} f(x) \pm \lim_{x\to c} g(x)$

   Ejemplo

   $\lim_{x\to 3}(x^2+7x-5) = \lim_{x\to 3} x^2 + \lim_{x\to 3} 7x - \lim_{x\to 3} 5$

   $=(3)^2+7(3)-5$

   $= 9+21-5$

   $=25$

6. $\lim_{x\to c}[f(x)g(x)] = [\lim_{x\to c} f(x)]\,[\lim_{x\to c} g(x)]$

   Ejemplo

   $\lim_{x\to 4} [x(2x+1)] = [\lim_{x\to 4} x]\,[\lim_{x\to 4} (2x+1)]$

   $=(4)[2(4)+1)]$

   $= 4(8+1)$

   $=36$

7. $\lim_{x\to c} \frac{f(x)}{gx} = \frac{\lim_{x\to c} f(x)}{\lim g(x)}$;si $\lim_{x\to c} g(x) \neq 0$

TRABAJO EN CASA

TAREA EN CASA: *Evalúe los limites* a) $\lim_{x\to 4} 6x+3$ b) $\lim_{x\to 7} x^2-1$ c) $\lim_{x\to 3} x^3$ d) $\lim_{x\to -4} 6x^3$

EXPECTATIVAS DE LOGRO

1. **Calcular limites en forma analítica.**

Ejemplos

a) $$\lim_{x\to 4} \frac{x}{-7x+1} = \frac{\lim_{x\to 4} x}{\lim_{x\to 4}(-7x+1)}$$

$$= \frac{4}{[-7(4)+1]}$$

$$= \frac{4}{-27}$$

$$= \frac{-4}{27}$$

b) $$\lim_{x\to 5} \frac{x-5}{x^2-25} = \frac{\lim_{x\to 5}(x-5)}{\lim(x^2-25)} = \frac{5-5}{5^2-25} = \frac{0}{0}$$

$$\lim_{x\to 5} \frac{x-5}{x^2-25} = \lim_{x\to 5} \frac{\cancel{x-5}}{(\cancel{x-5})(x+5)}$$

$$= \lim_{x\to 5} \frac{1}{x+5}$$

$$= \frac{\lim_{x\to 5} 1}{\lim_{x\to 5}(x+5)}$$

$$= \frac{1}{5+5}$$

$$= \frac{1}{10}$$

c.) $$\lim_{x\to 1} \frac{x^2+x-2}{x^2-1} = \frac{\lim(x^2+x-2)}{\lim(x^2-1)}$$

$$= \frac{1^2+1-2}{1^2-1}$$

$$= \frac{0}{0}$$

$$\lim_{x\to 1} \frac{x^2+x-2}{x^2-1} = \lim_{x\to 1} \frac{(x+2)(x-1)}{(x-1)\,(X+1)}$$

$$= \lim_{x\to 1} \frac{x+2}{X+1}$$

$$= \frac{\lim_{x\to 1}(x+2)}{\lim_{x\to 1}(x+1)}$$

$$= \frac{1+2}{1+1}$$

$$= \frac{3}{2}$$

8. $$\lim_{x\to c} [f(x)]^n = [\lim_{x\to c} f(x)]^n$$

Ejemplo

$$\lim_{x\to -2} (5x+7)^4 = [\lim_{x\to -2}(5x+7)]^4$$

$$= [5(-2)+7]^4$$

$$= (-3)^4$$

$$= 81$$

TRABAJO EN CASA

TAREA EN CASA:

e) $\lim_{x\to 9} (-x^2+1)$

f) $\lim_{x\to 6} [(x+1)\,(2x+3)]$

g) $\lim_{x\to 2} \frac{4x}{3x+1}$

h) $\lim_{x\to 7} \frac{x-7}{x^2-49}$

i) $\lim_{x\to 2} \frac{x^2+3x-10}{x^2-4}$

SEMANA # 5 ESTADISTICA-PARTE 1

EXPECTATIVAS DE LOGRO

1. **Desarrollar en forma intuitiva el concepto de conteo para la ocurrencia de un evento.**
2. **Desarrollar en forma efectiva permutaciones y combinaciones de evento.**

1 Principio del Conteo

Es la manera de establecer si hay formas P de hacer un proceso y Q formas de hacer otro proceso, entonces hay P*Q formas de hacer ambos procesos.

Ejemplo

Rosa tiene 4 camisas (violeta, rojo, negro y gris) y 3 pares de pantalones(azul, amarillo y naranja)¿Cuántas formas tendría Rosa para vestirse?

Pantalón naranja	Violeta rojo negro gris	Pantalón rojo	Violeta rojo negro gris	pantalón naranja	violeta rojo negro gris

R/: Las combinaciones para vestirse que puede hacer son 12

1.1 Principio de conteo de la suma

Si tenemos los conjuntos A y B. El numero de posibles eventos que podrían ocurrir para conjunto A o B entonces serán: n(AUB)=n(A)+n(B)-n(AnB)

n(AUB) ⟶ *números de casos posibles*

n(A) ⟶ *conjunto A*

n(B) ⟶ *conjunto B*

n(AnB)

Lo que se repite en ambos conjuntos

Ejemplo

Si Ruth tiene zapatos de color rojo, verde, azul, violeta, Karla gris, negro, rojo, azul, fucsia y amarillo. Determine el numero de eventos posibles en los cuales Ruth y Karla coincidan el mismo dia con el color de zapatos.

Numero de zapatos de Ruth n(A)=5
Numero de zapatos de Karla n(B)=6
Colores comunes de los zapatos de Ruth y Karla son rojo y azul

n(AnB)=2
n(AUB)=n(A)+n(B)-n(AnB)
=5+6-2
=9

R/: 9 es el numero de posibles eventos que coincidan el mismo día con el color de zapatos.

1.2 Principio de conteo de la multiplicación

Si un suceso ocurre de “X maneras y luego otro de “Y”. Podemos concluir que el numero de veces en que puede ocurrir el evento se puede expresar como X*Y.

Ejemplo

Si hay 10 estudiantes y se elijen 6 para representar un comité de estudiantes. ¿cuantas maneras hay para elegir a los estudiantes?

X=10
Y=6
X*Y = (10)(6)
=60

R/: 60 maneras para elegir a los estudiantes.

EXPECTATIVAS DE LOGRO

2 Permutación

Una permutación es un conjunto de números ordenados y destacan porque están de forma ascendente.

Ejemplo

Si tenemos las letras a,b,c encuentre las formas diferentes de colocarlos

a	b	c	abc
	c	b	acb
b	a	c	bac
	c	a	bca
b	a	c	cab
	c	a	cba

R/: se dan 6 permutaciones

2.1 Principio del factorial

Si n es un numero mayor o igual a 1, n es un factorial lo podemos denotar n! se lee "n factorial" y lo podemos representar de la siguiente manera

$n!=n(n-1)(n-2)...(1)$

no olvide $0!=1$ para $n=0$

Ejemplo

Encuentre el factorial de la siguiente expresión

$5!=5x4x3x2x1=120$

2.2 Permutaciones sin repetición

Principio: si "r" es el numero de objetos obtenidos de "n" entonces

$$P(n,r)=\frac{n!}{r!(n-r)} \qquad \text{si } 0\leq r\leq n$$

Ejemplo

Emplear el principio de eventos permutaciones sin repetición para hallar lo siguiente:

a) P(4,3) n = 4, r=3

$$P(4,3) = \frac{4!}{3!(4-3)}$$

$$= \frac{4!}{3!1!}$$

$$= \frac{4x\cancel{3x2x1}}{\cancel{3x2x1}x1}$$

$$= \frac{4}{1}$$

$$= 4$$

2.3 Permutaciones con repetición

Principio: Si "n_k (se lee "n sub k) es el numero de objetos obtenidos de permutaciones de "n" elementos entonces la suma de todos los "n_k" es igual a $n.n1+n2+n3...+n_k=n$ y se calcula de la siguiente manera:

$$P(n,(n_k)) = \frac{n!}{(n_1)!(n_2)!...(n_k)!}$$

Ejemplo: calcule

P(7,(4,3)) $n_1=4, n_2=3$ $n=4+3=7$

$$P(7,(4,3)) = \frac{7!}{(4)!(3)!}$$

$$= \frac{7x6x5x\cancel{4x3x2x1}}{\cancel{4x3x2x1}x3x2x1}$$

$$= \frac{210}{6}$$

$$=35$$

TRABAJO EN CASA

TAREA EN CASA: *Pág. 33 (1), Pág. 34(1), Pág.. 35 (1,2), Pág.. 37(a, b), Pág.. 38 (a), Pág.. 39 (a) Pág. 41 (a, b)*

EXPECTATIVAS DE LOGRO

3 Combinación

La combinación es la acumulación de objetos donde el orden no importa.

3.1 Principio 1

Si tenemos que "n" son diferentes objetos entonces los ordenamos de "r" formas diferentes:

$$P(n,r)=\frac{n!}{(n-r)!}$$

Ejemplo

Se tiene un grupo de 6 maestros del IHER, 3 son seleccionados para los mejores maestros del año.¿ Cuantos maestros ganadores pueden formar como grupo de tres?

$$N=6 \quad r=3$$

$$P(n,r)=\frac{n!}{(n-r)}$$

$$=\frac{6!}{(6-3)!}$$

$$=\frac{6!}{3!}$$

$$=\frac{6x5x4x\cancel{3}x\cancel{2}x\cancel{1}}{\cancel{3}x\cancel{2}x\cancel{1}}$$

$$=120$$

Tomando en cuenta los 6 maestros 120/6=20

3.2 Principio 2: Si tenemos que "c" es el numero de combinaciones de "r" objetos de un grupo "n" objetos entonces es igual al numero de permutaciones.

$$C(n,r)=\frac{n!}{(n-r)!r!}$$

Ejemplo

En el IHER tiene 6 empleados en la imprenta. Se desea escoger a tres para ser ascendidos.¿ De cuantas formas se puede escoger a los posibles empleados para el puesto.

$$n=6,\ r=3$$

$$C(n,r)=\frac{n!}{(n-r)!r!}$$

$$=\frac{6!}{(6-3)!3!}$$

$$=\frac{6!}{3!3!}$$

$$=\frac{6x5x4x\cancel{3}x\cancel{2}x\cancel{1}}{3x2x1x\cancel{3}x\cancel{2}x\cancel{1}}$$

$$=\frac{120}{6}$$

$$C(6,3)=20$$

TRABAJO EN CASA

TAREA EN CASA: *Pág. 33 (1), Pág. 34(1), Pág.. 35 (1,2), Pág.. 37(a, b), Pág.. 38 (a), Pág.. 39 (a) Pág. 41 (a, b)*